地　域　の　形

筑波大・社会工学系　　腰　塚　武　志

1.　はじめに

地域という言葉は様々な場面で用いられるが，形という観点からみると，地域とは一つの閉曲線によって囲まれた領域とみなすことができる。ここでは，市区町村のような行政区域を地域とし，これの形に関係するいくつかの問題について述べることにする。近似的には，地域の形を多角形（ polygon ）とみなすことができ，これから述べることは，この多角形の凸包（ convex hull ）に関連した問題ともいうことができる。

2.　地域内距離

都市の交通計画等においては，二つの地域間の交通移動が問題になる。普通，この移動距離は近似的に二つの地域の中心間の距離とされるが，同一地域内の移動については，これによると距離０となり，逆数が無限大となって扱いに困ることが多かった。そこでこの点を克服すべく，地域内の移動距離の平均的な値を求めることが必要になる。ここでは，ある与えられた地域内で一様に分布する点同士の距離を地域内距離と定義し，この距離の平均値を算出しよう。一般的には，人口の分布やその他諸々のアクティビティーの分布は一様ではないが，一様の場合をもとに近似計算が可能である。

ところで地域は不定形をなしていて，これを直接理論的に扱うのは困難である。しかし，形を円かまたは正方形と単純化すれば，前述の地域内距離 r の確率密度関数と期待値を導くことが可能である。円と正方形の両者を r の期待値を等しくして，その確率密度関数を比較したのが図１，地域の形を比較したのが図２である。これをみると，地域内距離は地域の周辺の形の相違にはあまり影響されないことが推察される。そこで，より一般的な形である長方形について，地域内距離 r の確率密度関数を求め，長方形の長辺と短辺の比を変化させて調べてみた。この結果，期待値を一定とした場合，長方形の周の長さが比較的安定していることがわかった。このことから，一般的な地域においても周期に注目すべきであると考えられるが，地域の形は普通凸ではなく，凸ではない形の周長は周の細かい凹凸に左右される。そこで円と正方形の酷似の例から，図３のように地域（多角形）の凸包をとり，この凸包の周長 L が重要であると類推できる。

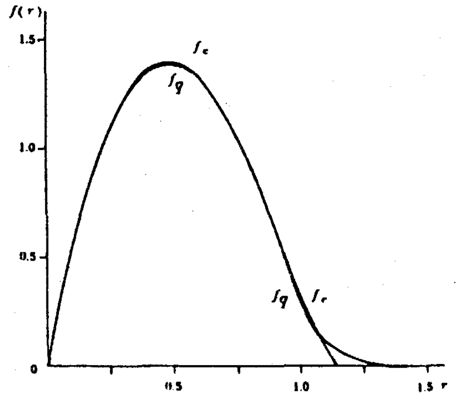

図 1　地域内距離の比較
（円：f_c，正方形：f_q）

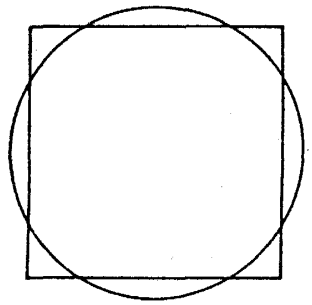

図 2　地域の形の比較

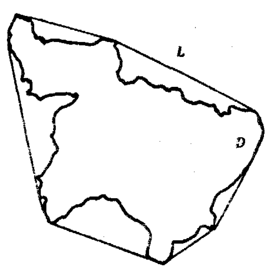

図 3　地域の凸包

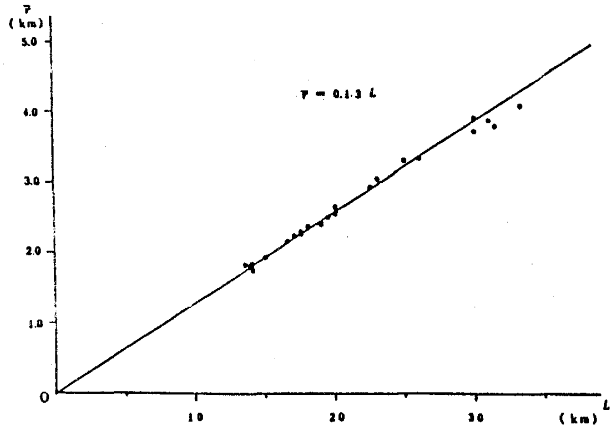

図 4　東京 23 区における $\bar{r}$ と L

ここで凸包の周長と地域内距離の平均値を比較したいのだが，後者の値を理論的に得ることはできない。そこで地域に，ある密度で格子点をうち，これらの点のあらゆる組合せについてその距離を計算し，これをもとに地域内距離の平均値 $\bar{r}$ を求めよう。格子点の密度を無限に高めれば理論値が得られるが，これは計算上不可能なので，格子点の密度を，理論的に導出可能な長方形について試し，ある許容誤差の範囲に収まるもの，として求めた。

実際には地域として東京 23 区の行政区域をとり，それぞれの区域について凸包の長さ L を計測し，また地域内距離の平均 $\bar{r}$ を前述の方法により計算した。図 4 がこれら 23 個のデータをプロットしたもので，これによると $\bar{r}$ と L にはきれいな関係があることがわかる。係数をこのデータから求めると

$$\bar{r} \fallingdotseq 0.13\,L \tag{1}$$

が得られる。なお，移動距離を問題とするときには，直線距離ではなく，道路距離を用いる方が適切である。しかし道路距離と直線距離とには，ある程度比例関係があり，これについては別な機会に論ずることにしたい。また，この節に関する詳しい議論については，文献〔1〕を参照されたい。

3. 地域間の結びつきやすさ

ここでは地域間の道路網による結びつきを主題として論じることにする。

一般的に二つの地域が近ければ，これらを結びつけることを直接意図しない道路も，結果として二つを結びつけることが多い。そこで二つの地域を結びつける道路の多い少ないは，二地域の近い遠いに依存すると考えられる。しかし二つの地域がその地理的位置に見合った結びつきをしているかどうかは，何を基準に考察したらよいだろうか。

例として，図5のように三つの地域 i，j，k があり，i-j と i-k という二つの組合せについて考えよう。図では i-j を直接結びつけている道路は2本，i-k は1本となっている。地域 j は k よりも i に近いから，i-j 間の本数が i-k 間よりも多いのは当然かもしれないがこれらの本数が i と j，i と k の地理的位置に見合ったものであるかどうかは，速断できない。

そこで，二つの地域 i と j があって，これらの地理的位置による潜在的な結びつきやすさを道路の本数に対応させて議論しよう。実際には地形や河川等によって様々な制約を受けるのが普通であるが，ここでは議論の対象を何の制約もない平野であると仮定する。結局，この i-j 間の結びつきやすさ（潜在的な）を，地域 i，j と共に交わる直線（一様な）の集合の測度 m_{ij} とするのが適切である。なぜなら，地域 i，j を共に含む広い凸領域 C を考えたとき，C 内で一様な直線が地域 i，j と共に交わる確率は［m_{ij} / C の周長］となるし，一様でない場合もこれを基準にして現実の多い少ないを論ずることができる。従って i-j 間の直線の本数を l_{ij} とすれば，地域 i-j 間の本数の密度は

$$\rho_{ij} = l_{ij} / m_{ij} \qquad (2)$$

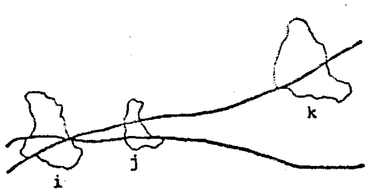

図5　地域と道路網の例

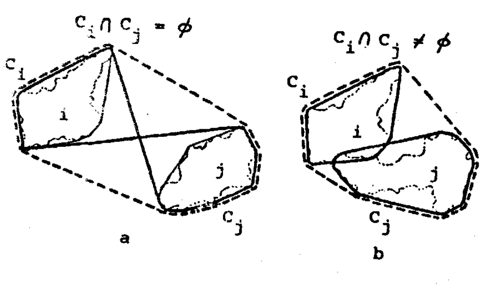

図6　$L(C_i, C_j)$ と $L(C_{ij})$

と表わすことができる。

ところで測度 m_{ij} は Crofton の公式（文献〔2〕）より，以下のように計測できる。まず地域 i，j の凸包をそれぞれ C_i，C_j とする。図6 a のように $C_i \cap C_j = \phi$ のときは，C_i と C_j を結ぶエンドレスバンドのうち交差する方（図の太い実線）の長さを $L(C_i, C_j)$，交差しない方（図の太い破線）の長さを $L(C_{ij})$ とすると，求めたい測度は

$$m_{ij} = L(C_i, C_j) - L(C_{ij}) \tag{3}$$

となっている。ただし図6 b のように $C_i \cap C_j \neq \phi$ のときは，C_i，C_j の周長をそれぞれ，$L(C_i)$，$L(C_j)$ として (2) 式における $L(C_i, C_j)$ を

$$L(C_i, C_j) = L(C_i) + L(C_j) \tag{4}$$

にとるものとする（図の太い実線）。

図8は筑波研究学園都市を構成している六か町村と，現在の主要な道路網を示している。この地域では現在，合併問題が論議されており，新都市と他の地区との道路網の格差が指摘されている。そこでこの格差を解消するためには，これからどのような道路を計画ないし整備すればよいかが，重要な課題となっている。さて，この六か町村に A～F と名をつけ，前記 (3) 式

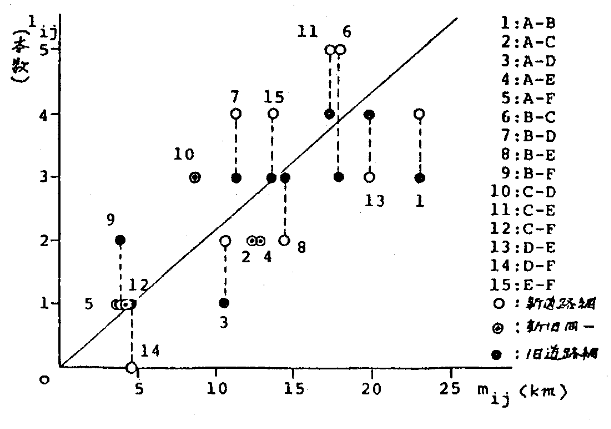

図7　地域間の m_{ij} と l_{ij}
（図中の直線は新道路網の平均をあらわす）

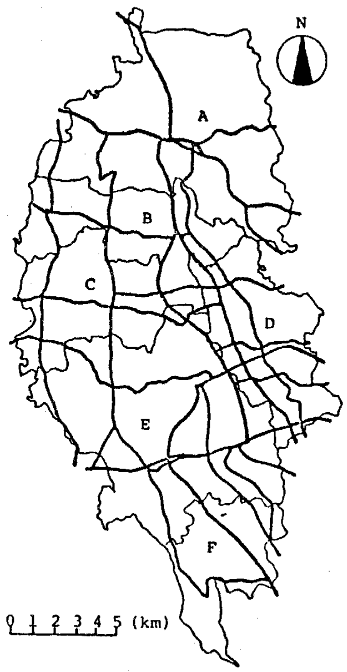

図8　筑波研究学園都市

の m_{ij} を計測すると，表1が得られる。これをもとに新都市を建設する以前（旧道路網，図は略）と以後（新道路網，図8）を分析しよう。理論では直線を考えているが，実際の道路はそうではないので，地域 i，j を結びつけている道路で，道なりに i から j まで行けるものを原則として1本と数えることにする。

表1　地域間の m_{ij}（単位 km）

i \ j	A	B	C	D	E	F
A	*	23.0	12.5	10.6	12.8	4.0
B	23.0	*	17.7	11.3	14.4	4.1
C	12.5	17.7	*	8.6	17.3	4.1
D	10.6	11.3	8.6	*	18.8	4.5
E	12.8	14.4	17.3	18.8	*	13.7
F	4.0	4.1	4.1	4.5	13.7	*

式(2)における m_{ij} と l_{ij} のデータを新旧の道路網についてプロットすると図7のようになり，これから大まかな結論として，

i）　D-E の結びつきが比較的弱い

ii）　A と他の地域との結びつきが弱い

が得られる。

4.　都市内の道路網

地図で道路のみを残し，他の平面をすべて黒く塗りつぶすと，道路網を構成する平面が浮び上がってくる。これは生体のある組織を思わせるように精緻で美しく，しかもリアリティーを感じさせる。なまじ計画されたことがない地域ほどこの傾向が強いのは，一体どのような理由によるものであろうか。長い年月にわたって組成され，日々の活動がともかくこの道路網の上で行なわれている現実を考えると，一見乱脈にみえる道路網にもある整然とした秩序が隠されているのかもしれない。

以上のような観点から道路網を分析し，得られた一つの結果を以下に記す。これは道路網の長さに関するもので，パターンの相違にもかかわらず成立する。図9のように面積 S の凸領域があって，これに一様にランダムな直線が交わっているものとする。直線同士の交点の数を n とすると，この領域内における直線の総延長 Λ の推定値 $\hat{\Lambda}$ は

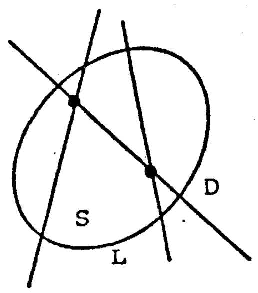

図9　凸領域と直線

$$\hat{\Lambda} \sim \sqrt{n \pi S} \tag{5}$$

とあらわすことができる（文献〔3〕）。さらにこれを現実の道路網に適合するように修正すると，面積 S の凸領域における道路網の総延長の推定値 $\hat{\Lambda}_c$ は

$$\hat{\Lambda}_c = (1 - c/4)\sqrt{n\pi S} \tag{6}$$

となる。ただし c は3差路の割合（３差路の数／全交差点数）をあらわす。

これを図10のような現実の道路網の100個のメッシュで検証すると，図11のようになり，(6) 式はよく適合することがわかる。また図10全体（東京としてある）や，他の都市，仙台，京都（図は略）に (6) 式を用いると，表2のような結果が得られる。

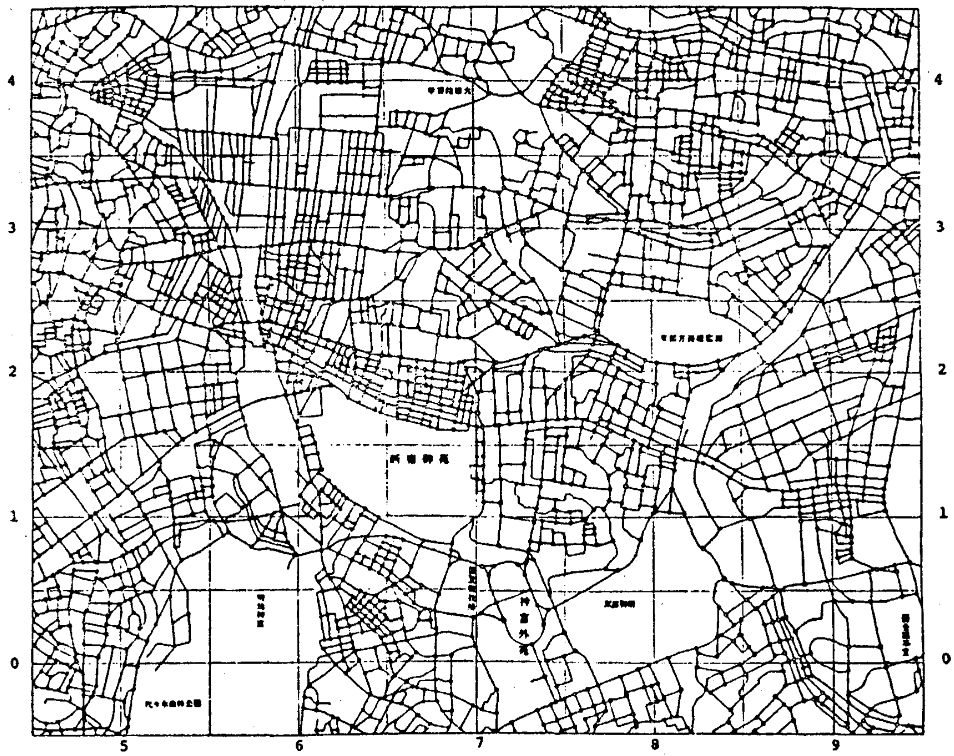

図10　対象地域道路網図

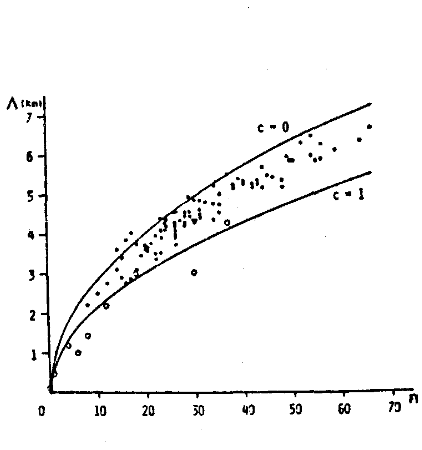

図11　道路網の長さ Λ と交差点数 n

表2　実測値 Λ と推定値 $\hat{\Lambda}_c$

	東京	京都	仙台
交差点数 n	2937	1505	1425
3差路数 n_3	2156	631	881
C $(=n_3/n)$	0.73	0.42	0.62
推定値 $\hat{\Lambda}_c$	403	231	284
実測値 Λ	418	246	295
相対誤差	−0.04	−0.06	−0.04

（$\hat{\Lambda}_c$，Λ の単位はkm）

4. おわりに

以上は都市や地域に，積分幾何学や幾何確率を応用して得られた結果である。このような研究に着手した理由は，都市や地域を研究の対象としているうちに，次のような考えを抱くに至ったからである。

都市においては，一つの平面がいろいろな用途に使用されている。たとえば道路のように，そこを通ってどこへでも行くことができることに意味のあるものもあれば，多くの建築物や緑地のように，そこにあることで一応の目的が達せられるものもある。限られた同一平面をこれらにあて，日々の活動をなんとか支えているということは，考えてみれば大変なことなのかもしれない。

最後に，多くの方達のご指導をお願いするとともに，本研究会に参加する機会を与えて下さった，小川泰先生に心から感謝の意を表します。

参考文献

1） 腰塚武志：地域内距離， Journal of the Operations Research Society of Japan, vol. **21**, No. 2 (1978), 302–319.

2） 腰塚武志：積分幾何学について (3)，オペレーションズ・リサーチ， vol **21**, No. 11 (1976), 654–659.

3） 腰塚武志：道路網と交差点，都市計画， 103号 (1978)，36−41.

ランダム・カッティングによるサイズ分布

東北大・工　原　啓明

ＮＹ州大　藤田重次

1　はじめに

種々の長さの要素から成る系を考える。各要素がカッティング，或いは再結合によって長さを変える場合，この効果により系（集団）のサイズ分布は変る。この長さの変化を伴うサイズ分布の問題は，晶析[1)]，金属粉粒子の造粒[2)]，高分子の分裂[3)]等では重要なプロセスである。

ここでは，ある分布で特徴づけられたランダム・カッティングとその要素の再結合を考慮し